brmiversity: Umělá inteligence a teoretická informatika

Přednáška č. 14

Petr Baudiš ⟨pasky@ucw.cz⟩

brmlab 2011

brmlab hackerspace prague

Outline

Automatické plánování

- Projekční problém: jak bude vypadat situace po dané posloupnosti akcí?
- Plánovací problém: jaká posloupnost akcí vede k dané situaci?
- Potřebujeme reprezentovat *akce*, *stavy*, *situace*

- Možnost 1: Budeme se dále pohybovat v logice a používat její dokazovací metody
- Možnost 2: Navrhneme si vlastní algoritmy

Situační kalkulus

- Jak v logice reprezentovat stavy měnící se v čase?
- *Akce* jsou logické termy $Go(x, y)$, $Grab(g)$, $Release(g)$
- *Situace* jsou logické termy S_0, $Result(a, s)$
- Plovoucí (fluent) predikáty a funkce — mění se s časem: $Holding(g, s)$
- Pevné (rigid) predikáty a funkce
- Pozor na skryté předpoklady! (Uzavřený svět, jednoznačnost jmen.)

- **Plán:** Posloupnost akcí
- $Result([a|seq], s) = Result(seq, Result(a, s))$

Reprezentace akce

- Akci můžeme provést jen někdy a má nějaké efekty
- **Axiom použitelnosti:** $Preconds \Rightarrow Poss(a, s)$
- **Axiom efektu:** $Poss(a, s) \Rightarrow Changes$

- Problém rámce — co se ve světě *nemění?*
- Možnost 1: **Axiom rámce:** $At(o, x, y) \wedge o \neq Agent \wedge \neg Holding(o, Agent, s) \Rightarrow At(o, Result(Go(y, z), s))$
- Možnost 2: **Axiom následujícího stavu:** Když $Poss(a, s)$, fluent platí v $Result(a, s)$, právě když je efektem a, nebo platí v s a a jej nemění
- Možnost 3: Predikáty $PosEffect(a, F_i)$ a $NegEffect(a, F_i)$

Plánování po vlastním

- Dokazování v logice je stále zbytečně obecné a tedy složité
- Inspirované, ale speciální řešení problému

- **Stav:** Množina logických atomů, každý pravda či nepravda
- Kompletně instanciované (bez proměnných); opět fluent a rigid

- **Akce:** Plánovací operátor překlápející hodnoty atomů
- Operátor o je trojice $(name(o), precond(o), effects(o))$
- Kompletně instanciované, *name* bere parametry a ty dosazuje do *precond* a *effects*

- Plánovací doména $\Sigma = (S, A, \gamma)$
- Plánovací problém $P = (\Sigma, s_0, g)$
- Plán $\pi = [a_1, a_2, \dots]$; řeší $P \Leftrightarrow \gamma(s_0, \pi)$ splňuje g
- Plán můžeme dopředně či zpětně ověřit

Plánovací algoritmy

Plánování v prostoru stavů

- Dopředné plánování: backtracking z počátečního stavu
- Zpětné plánování: backtracking z koncového stavu
- Při zpětném plánování můžeme použít liftovanou verzi přechodu

Plánování v prostoru plánů

- Začneme s prázdným plánem a plnou sadou cílů g
- Postupně přidáváme akce plnící ještě otevřené cíle
- Opravujeme *kazy* částečného plánu a zachováváme jeho konzistenci řešením *hrozeb*

brmlab hackerspace prague

Constraint Satisfaction Problem

- Splňování omezujících podmínek (CSP)
- Máme problém s určitou *vnitřní strukturou*, která nám může pomoci najít řešení
- Třeba Sudoku, barvení map nebo prostor plánů
- Obecně: Množina proměnných a jejich domén a sada podmínek (extenzionálně nebo intenzionálně)
- **Stav:** Přiřazení hodnot proměnným
- Konzistentní stav neporušuje podmínky, úplný stav má ohodnocené všechny proměnné

brmlab
hackerspace prague

Řešení CSP

- Backtracking — zkoušíme různá ohodnocení; ale chytře!

- Obecné doporučení výběru proměnné: fail first
- **dom heuristika** — přednostně proměnné s nejmenší doménou
- **deg heuristika** — přednostně proměnné s nejvíce podmínkami

- Obecné doporučení výběru hodnoty: succeed first
- Forward checking — pohled o jeden krok vpřed
- Propagace podmínek — hranová konzistence, algoritmus AC-3
- Globální podmínky

Otázky?

To je o umělé inteligenci vše!

Samozřejmě mnoho restů ...
Monte Carlo Markov Chains, Komputační lingvistika, Kálmanovy filtry pořádně, roboti v praxi, DSP...

Outline

1. Umělá inteligence
2. Datové struktury
3. Vyčíslitelnost

Třídění

- Bubble sort — prohazováním
- Insertion a selection sort — budováním nového setříděného pole
- Quick sort — pivot a dvě podpole
- Merge sort — rekurzivní slučování setříděných bloků; optimalizace hledáním běhů
- Heap sort, A-sort — pomocí vyvážené datové struktury

- Bogosort — náhodná posloupnost
- Bucket sort — přihrádky dle rozsahu ("třídící hashování")
- Radix sort — rekurzivní bucket sort

Otázky?

To je vše.

Vícerozměrné struktury, dynamizace, atd.

Outline

Rekapitulace — rekurzivní funkce

- Přirozená čísla (s nulou): nula a kladná celá čísla
- Numerály: ke každému přirozenému číslu se induktivně dopočítám z nuly
- Canotorova párovací funkce: každou dvojici přirozených čísel umím zkomprimovat do jednoho čísla

- Rekurzivní funkce: skládané z funkcí (data) a operátorů (control flow)
- Primitivně rekurzivní funkce: nemůže se zacyklit
- Obecně rekurzivní funkce: mohla by se zacyklit, ale určitě to neudělá
- Rekurzivně spočetná funkce: může se zacyklit

brmlab hackerspace prague

Rekapitulace — logika a množiny

- Logický systém: syntax a sémantika, první a druhý řád
- Formule: pravdivé, nepravdivé; konzistentnost a úplnost
- Pravdivost či nepravdivost: Existuje korektní ohodnocení?
- Dokazatelnost: Mužeme odvodit tvrzení z axiomů (teorie)?

- Gödelova čísla: každé rek. funkci můžu přiřadit přirozené číslo
- Rekurzivní predikát: oborem hodnot logické formule je obor hodnot rekurzivní funkce
- Rekurzivní množina: podmnožina přirozených čísel rozhodovaná rekurzivní funkcí
- Rekurzivně spočetná (enumerable) množina: místo rozhodovací funkci máme generátor všech prvků

Peanova aritmetika

- Axiomatizovatelná teorie: Množina dokazatelných formulí je rekurzivně spočetná
- Teorie **základní aritmetické síly:** přirozená čísla, sčítání a násobení, konečně mnoho axiomů
- Každá ČRF je reprezentovatelná v teorii ZAS

Peanova aritmetika

- 0 je přirozené číslo
- Relace $=$ je reflexivní, symetrická, tranzitivní a uzavřená
- Pro každé přirozené čislo je $S(n)$ přirozené číslo $\neq 0$
- Pokud $S(m) = S(n)$ tak $m = n$ $(\forall m, n)$
- Je-li predikát $\varphi(n)$ (i) pravdivý pro nulu (ii) pro každé n pokud $\varphi(n)$ tak $\varphi(S(n))$, platí φ pro všechna přirozená čísla
- Sčítání $a + S(b) = S(a + b)$, násobení $a \cdot S(b) = a + (a \cdot b)$ a uspořádání $\leq$

Gödelovy věty o neúplnosti

- Mějme bezespornou teorii ZAS T
- Předvěta: Množina formulí T dokazatelných v T není rekurzivní

- **První věta:** Je-li T axiomatizovatelná, existuje pravdivá formule nerozhodnutelná v T
- Neboli netriviální teorie nemohou být zároveň konzistentní a úplné

- **Druhá věta:** Říká-li o sobě T, že je konzistentní, je nekonzistentní.

Důkaz první Gödelovy věty

- **První věta:** Je-li T axiomatizovatelná, existuje pravdivá formule nerozhodnutelná v T
- Množiny A, B jsou **rekurzivně neoddělitelné**, neexistuje-li rekurzivní M, aby $A \subseteq M \wedge B \cap M = \emptyset$

Důkaz první Gödelovy věty

- **První věta:** Je-li T axiomatizovatelná, existuje pravdivá formule nerozhodnutelná v T
- Množiny A, B jsou **rekurzivně neoddělitelné**, neexistuje-li rekurzivní M, aby $A \subseteq M \wedge B \cap M = \emptyset$
- $W_x = \{y : \Psi(x, y) \downarrow\}$
- Množiny A, B jsou **efektivně neoddělitelné**, existuje-li f:

  $$(A \subseteq W_x \wedge B \subseteq W_y \wedge W_x \cap W_y = \emptyset) \Rightarrow f(x, y) \downarrow \wedge (f(x, y) \notin W_x \cup W_y)$$

- NEPROPADEJTE PANICE

Důkaz první Gödelovy věty

- **První věta:** Je-li T axiomatizovatelná, existuje pravdivá formule nerozhodnutelná v T
- Množiny A, B jsou **rekurzivně neoddělitelné**, neexistuje-li rekurzivní M, aby $A \subseteq M \wedge B \cap M = \emptyset$
- $W_x = \{y : \Psi(x, y) \downarrow\}$
- Množiny A, B jsou **efektivně neoddělitelné**, existuje-li f:

  $$(A \subseteq W_x \wedge B \subseteq W_y \wedge W_x \cap W_y = \emptyset) \Rightarrow f(x, y) \downarrow \wedge (f(x, y) \notin W_x \cup W_y)$$

- NEPROPADEJTE PANICE

- Chceme dokázat, že množina dokazatelných a vyvratitelných formulí je **efektivně neoddělitelná dvojice**
- Tedy můžeme efektivně najít popis všech předložených dokazatelných a vyvratitelných formulí a efektivně vygenerovat novou, která není ani jedno

Důkaz první Gödelovy věty

- **Předvěta:** Množina dokazatelných formulí není rekurzivní
- **První věta:** Je-li T axiomatizovatelná, existuje pravdivá formule nerozhodnutelná v T

- Vezměme libovolné dvě efektivně neoddělitelné RSM A, B a popišme je logickým predikátem G resp. $\neg G$
- Nové množiny A', B' dokazatelných výroků G a $\neg G$
- Lemma 1: $A' \cup B' = \emptyset$ (bezespornost)
- Předvěta: A', B' nejsou rekurzivní, jinak by separovaly A, B
- Lemma 2: Z předpokladu efektivní neoddělitelnost A, B lze z určité množiny dokazatelných a nedokazatelných výroků vygenerovat prvek ležící mimo ně
- Tedy umíme vygenerovat nedokazatelný výrok! QED

Otázky?

To je o výpočetní složitosti vše!

Pominuli jsme mnoho dalších návazností: relativní vyčíslitelnost a aritmetickou hierarchii, souvislost aritmetiky a vyčíslitelnosti a logiky, algoritmická náhodnost a Martingály, ...

Děkuji vám

pasky@ucw.cz

Příště: Appendix (nejspíš bez slajdů)
Divné neuronové sítě, Kálmánovy filtry, Patience sort a Funnel sort,
...

brmiverzita (snad) nekončí!
Přihlašte se do **announce@brmlab.cz** (pár mailů měsíčně).

brmlab
hackerspace prague